

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ (4)}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ}$$

$$\text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$u: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{הזרחה פונקציונלית ממשית}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{המשוואה}$$

$$\text{הזרחה פונקציונלית ממשית} \quad \text{המשוואה}$$

$$\text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ (5)}$$

$$f(z) = u + iv \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} ; & \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial v}{\partial x} \\ \overline{f(z)} = u - iv \Rightarrow & \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial v}{\partial y} ; & \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases}$$

$$\text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ} \quad v = c, \quad \text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ} \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ} \quad u = c, \quad \text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ}$$

$$f(x, y) = u(x, y) + iv(x, y) \quad (2)$$

$$g(x, y) = u(x, -y) + iv(x, -y)$$

$$\text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ} \quad \text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ}$$

$$\text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ}$$

$$J(f) = \begin{pmatrix} \frac{\partial u(x, -y)}{\partial x} & - \frac{\partial u(x, -y)}{\partial y} \\ - \frac{\partial v(x, -y)}{\partial x} & \frac{\partial v(x, -y)}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \text{ז"כ ו' צ' נ"כ פ' ס"כ}$$

$z_1, \dots, z_k \neq z$ וכן $z \in D$ / 6
 נניח $p(z) \neq 0$ ונניח
 $\ln p(z)$ היא פונקציה אנליטית

$$(\ln p(z))' = \frac{p'(z)}{p(z)}$$

$$(\ln p(z))' = (\ln(z-z_1) + \dots + \ln(z-z_k))' \quad \forall z \in D$$

$$= \frac{1}{z-z_1} + \dots + \frac{1}{z-z_k}$$

$$\operatorname{Re}(z-z_j) = \operatorname{Re}(z) - \operatorname{Re}(z_j) > 0 \quad (2)$$

$$\operatorname{Re}\left(\sum \frac{1}{z-z_j}\right) > 0 \quad \text{וכן} \quad \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z-z_j}\right) > 0 \quad \text{וכן}$$

$$p'(z) \neq 0 \quad \text{וכן}$$

נניח $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה אנליטית (7)

$$f = u + iv, \quad v \equiv 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{על פניו של } D \subset \mathbb{R}^2 \quad \text{לפי CR}$$

$$f = u = \text{קבוע} \quad \text{וכן}$$